

Hong Kong Mathematics Olympiad (2003 – 2004)

Heat Event (Individual)

香港數學競賽 (2003 – 2004)

初賽項目(個人)

除非特別聲明，答案須用數字表達，並化至最簡。

Unless otherwise stated, all answers should be expressed in numerals in their simplest form.

1. 設 $A = 1^2 - 2^2 + 3^2 - 4^2 + \cdots + 2003^2 - 2004^2$ ，求 A 的值。

Let $A = 1^2 - 2^2 + 3^2 - 4^2 + \cdots + 2003^2 - 2004^2$, find the value of A .

2. 若 $\sqrt[2003]{B} = 2003$ ， C 是 B 的個位數，求 C 的值。

If $\sqrt[2003]{B} = 2003$, C is the unit digit of B , find the value of C .

3. 若 $x + y + z = 10$ ， $x^2 + y^2 + z^2 = 10$ 及 $xy + yz + zx = m$ ，求 m 的值。

If $x + y + z = 10$, $x^2 + y^2 + z^2 = 10$, and $xy + yz + zx = m$, find the value of m .

4. 把自然數按下列方式排列，其中 9 的位置是第 3 列第 2 行。若 2003 的位置是第 x 列第 y 行，求 xy 的值。

Arrange the natural numbers in the following order. In this arrangement, 9 is in the row 3 and the column 2. If the number 2003 is in the row x and the column y , find the value of xy .

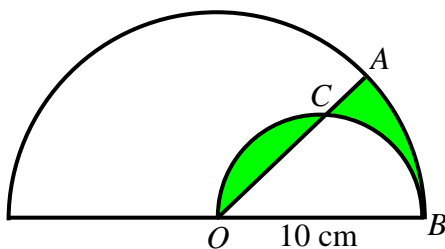
1	2	4	7	11	16	...
3	5	8	12	17	...	
6	9	13	18	...		
10	14	19	...			
15	20	...				
21	...					
...						

5. 設 $E = \sqrt{12+6\sqrt{3}} + \sqrt{12-6\sqrt{3}}$ ，求 E 的值。

Let $E = \sqrt{12+6\sqrt{3}} + \sqrt{12-6\sqrt{3}}$, find the value of E .

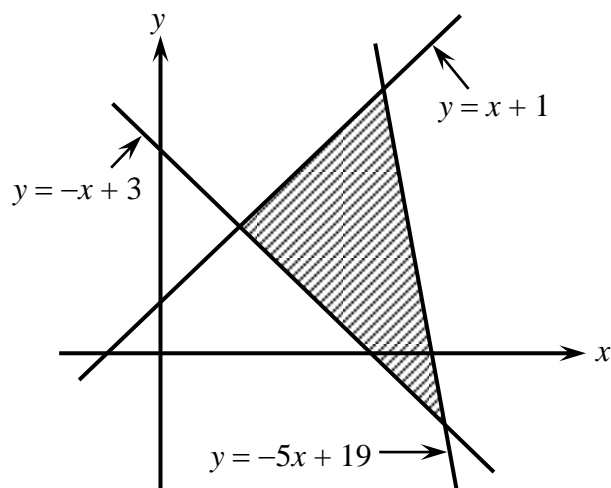
6. 在圖中，大半圓的圓心是 O ，半徑是 10 cm， OB 是小半圓的直徑， C 是弧 OB 的中點且在線段 OA 上。設陰影部分的面積是 $K \text{ cm}^2$ ，求 K 的值。(取 $\pi = 3$)

In the figure, O is the centre of the bigger semicircle with radius 10 cm, OB is the diameter of the smaller semicircle and C is the midpoint of arc OB and it lies on the segment OA . Let the area of the shaded region be $K \text{ cm}^2$, find the value of K . (Take $\pi = 3$)



7. 在圖中，設被三條直線 $y = -x + 3$ ， $y = x + 1$ 及 $y = -5x + 19$ 所圍出的陰影部分的面積是 R ，求 R 的值。

In the figure, let the shaded area formed by the three straight lines $y = -x + 3$, $y = x + 1$ and $y = -5x + 19$ be R , find the value of R .

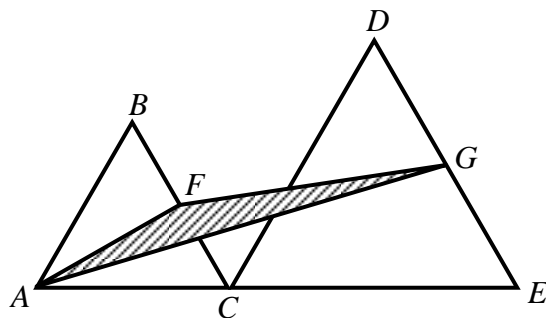


8. 若 $t = \sin^4 \frac{\pi}{6} - \cos^2 \frac{2\pi}{6}$ ，求 t 的值。

If $t = \sin^4 \frac{\pi}{6} - \cos^2 \frac{2\pi}{6}$, find the value of t .

9. 在圖中， C 在 AE 上， $\triangle ABC$ 和 $\triangle CDE$ 是等邊三角形，且 F 、 G 分別是 BC 和 DE 的中點。若 $\triangle ABC$ 的面積是 24 cm^2 ， $\triangle CDE$ 的面積是 60 cm^2 ， $\triangle AFG$ 的面積是 $Q \text{ cm}^2$ ，求 Q 的值。

In the figure, C lies on AE , $\triangle ABC$ and $\triangle CDE$ are equilateral triangles, F and G are the midpoints of BC and DE respectively. If the area of $\triangle ABC$ is 24 cm^2 , the area of $\triangle CDE$ is 60 cm^2 , and the area of $\triangle AFG$ is $Q \text{ cm}^2$, find the value of Q .



10. 若 α 和 β 是二次方程式 $4x^2 - 10x + 3 = 0$ 的根及 $k = \alpha^2 + \beta^2$ ，求 k 的值。

If α and β are the roots of the quadratic equation $4x^2 - 10x + 3 = 0$ and $k = \alpha^2 + \beta^2$, find the value of k .